四庫全書

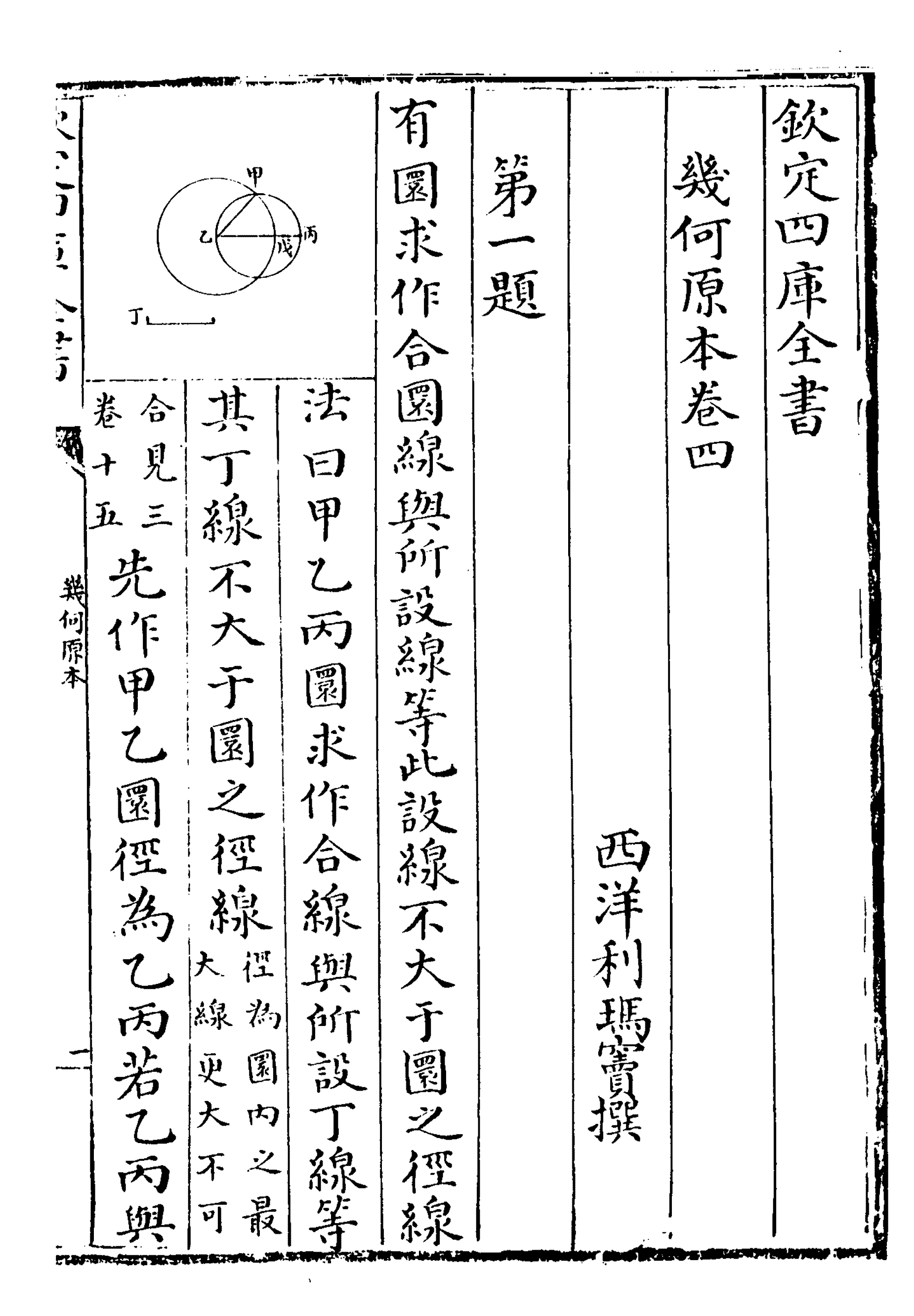
子部

幾何原本卷四

西洋利瑪竇撰

第一題

有圜求作合圜線與所設線等此設線不大于圜之徑線



法曰甲乙丙圜求作合線與所設丁線等其丁線不大于圜之徑線徑為圜内之最大線更大不可合見三卷十五先作甲乙圜徑為乙丙若乙丙與

丁等若即是合線若丁小于徑者即于乙丙上截取乙戊與丁等次以乙為心戊為界作甲戊圜交甲乙丙圜于甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

第二題

有圜求作圜内三角切形與所設三角形等角

法曰甲乙丙圜求作圜内三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先作庚辛線切圜于甲

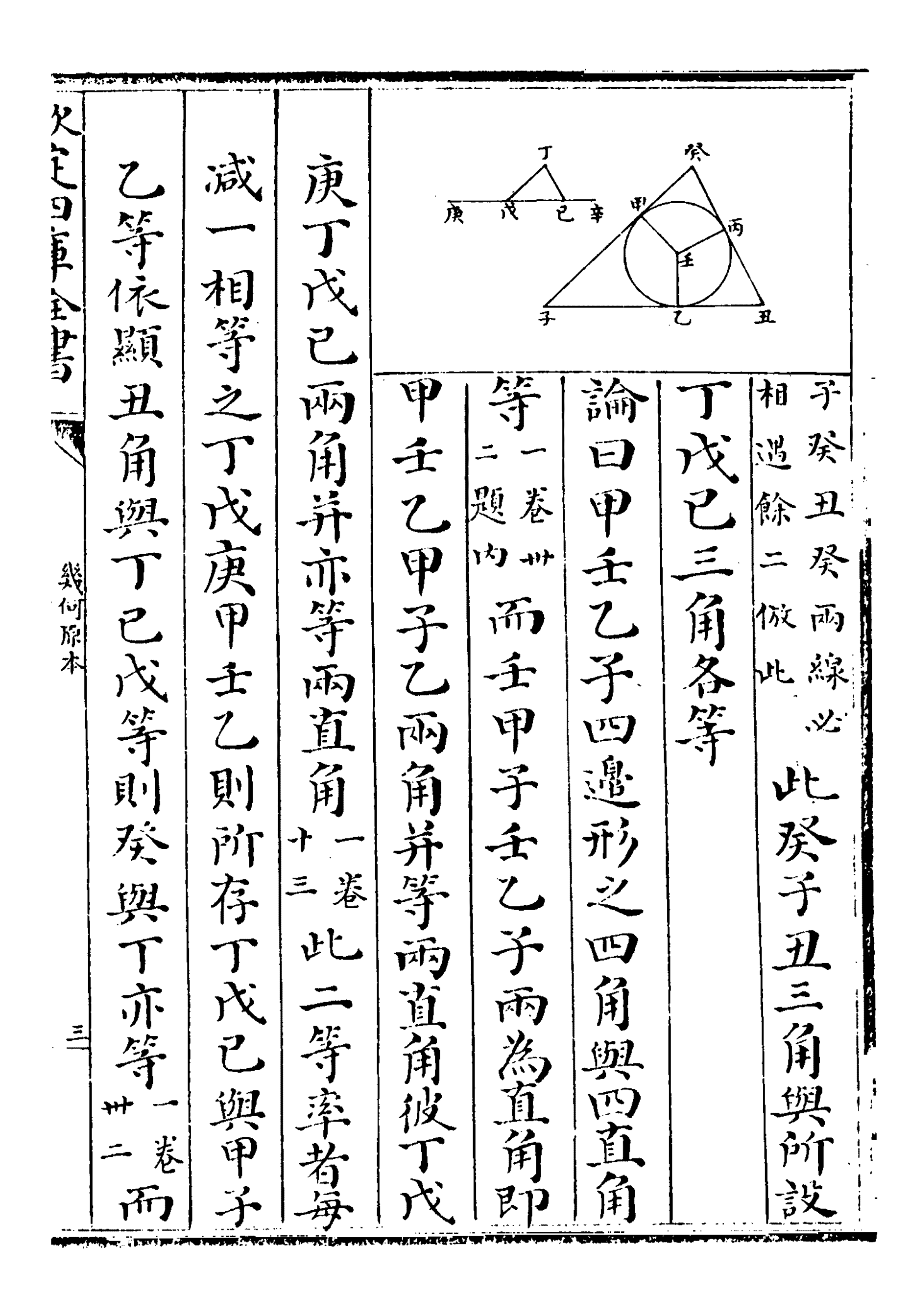
次作庚甲乙角與設形之己角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜内三角切形與所設丁戊己形等角

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等甲乙丙與辛甲丙兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設己戊兩角各等即甲丙乙甲乙丙亦與己戊各等而乙甲丙必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

第三題

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等角

法曰甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先于戊己一邊引長之為庚辛次于圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁己辛等末于甲乙丙上作癸子子丑丑癸三垂線此三線各切圜于甲于乙于丙（三卷十六之系）而相遇于子于丑于癸（若作甲丙線即癸甲丙癸丙甲丙角小于兩直角而



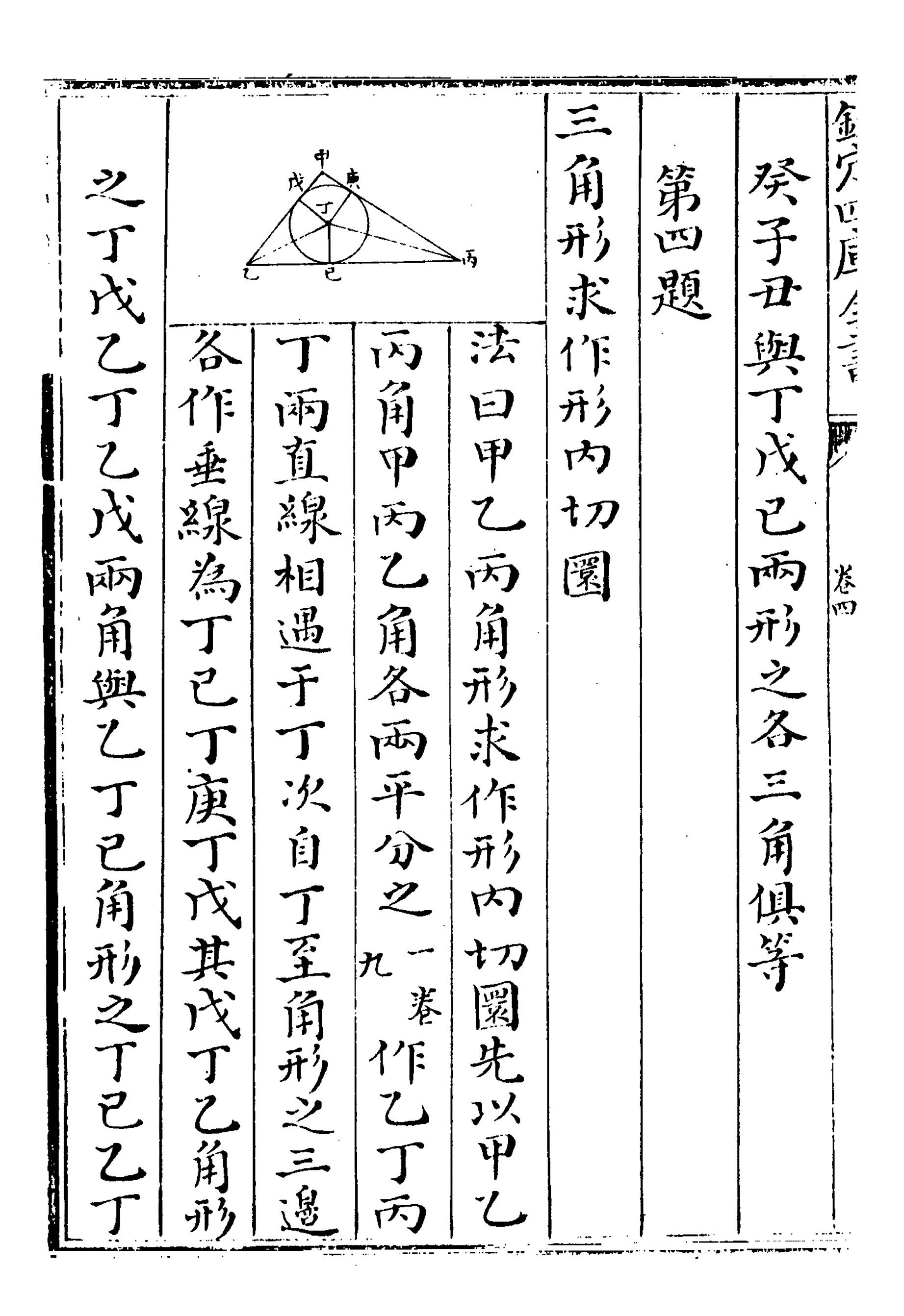
（子癸丑癸兩線必相遇餘二倣此）此癸子丑三角與所設丁戊己三角各等

論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等（一卷卅二題內）而壬甲子壬乙子兩為直角即甲壬乙甲子乙兩角并等兩直角彼丁戊庚丁戊己兩角并亦等兩直角（一卷十三）此二等率者每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊己與甲子乙等依顯丑角與丁己戊等則癸與丁亦等（一卷卅二）而

癸子丑與丁戊己丙形之各三角俱等

第四題

三角形求作形內切圜



法曰甲乙丙角形求作形內切圜先以甲乙丙角甲丙乙兩角各兩平分之（一卷九）作乙丁丙丁兩直線相遇于丁次自丁至角形之三邊各作垂線為丁己丁庚丁戊其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁己角形之丁己乙丁

乙己兩角各等乙丁同邊即丁戊丁己兩邊亦等卷一廿六依顯丁丙己角形與丁庚丙角形之丁己丁庚兩邊亦等即丁戊丁己丁庚三線俱等末作圜以丁為心戊為界即過庚己為戊庚己圜而切角形之甲乙乙丙丙甲三邊于戊于己于庚三卷十六之系此為形內切圜

第五題

三角形求作形外切圜

法曰甲乙丙角形求作形外切圜先平分兩邊若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊　于丁于戊次于丁戊上各作垂線為已丁已戊而相遇于已若自丁至戊作直線即已丁戊角形之已丁戊已戊丁兩角小于兩直角故丁已戊已兩線必相遇　其已點或在形內或在形外俱作已甲已乙已丙三線或在乙丙邊上止作已甲線其甲丁已角形之甲丁與乙丁兩邊等丁已同腰而丁之兩旁角俱直角即

甲己己乙兩底必等依顯甲己戊丙己戊丙形之甲己己丙兩底亦等則己甲己乙己丙三線俱等末作圜以己為心甲為界必切丙乙而為角形之形外切圜

一系若圜心在三角形內即三角形為銳角形何者每角在圜大分之上故若在一邊之上即為直角形若在形外即為鈍角形

二系若三角形為銳角形即圜心必在形內若直角

形必在一邊之上若鈍角形必在形外

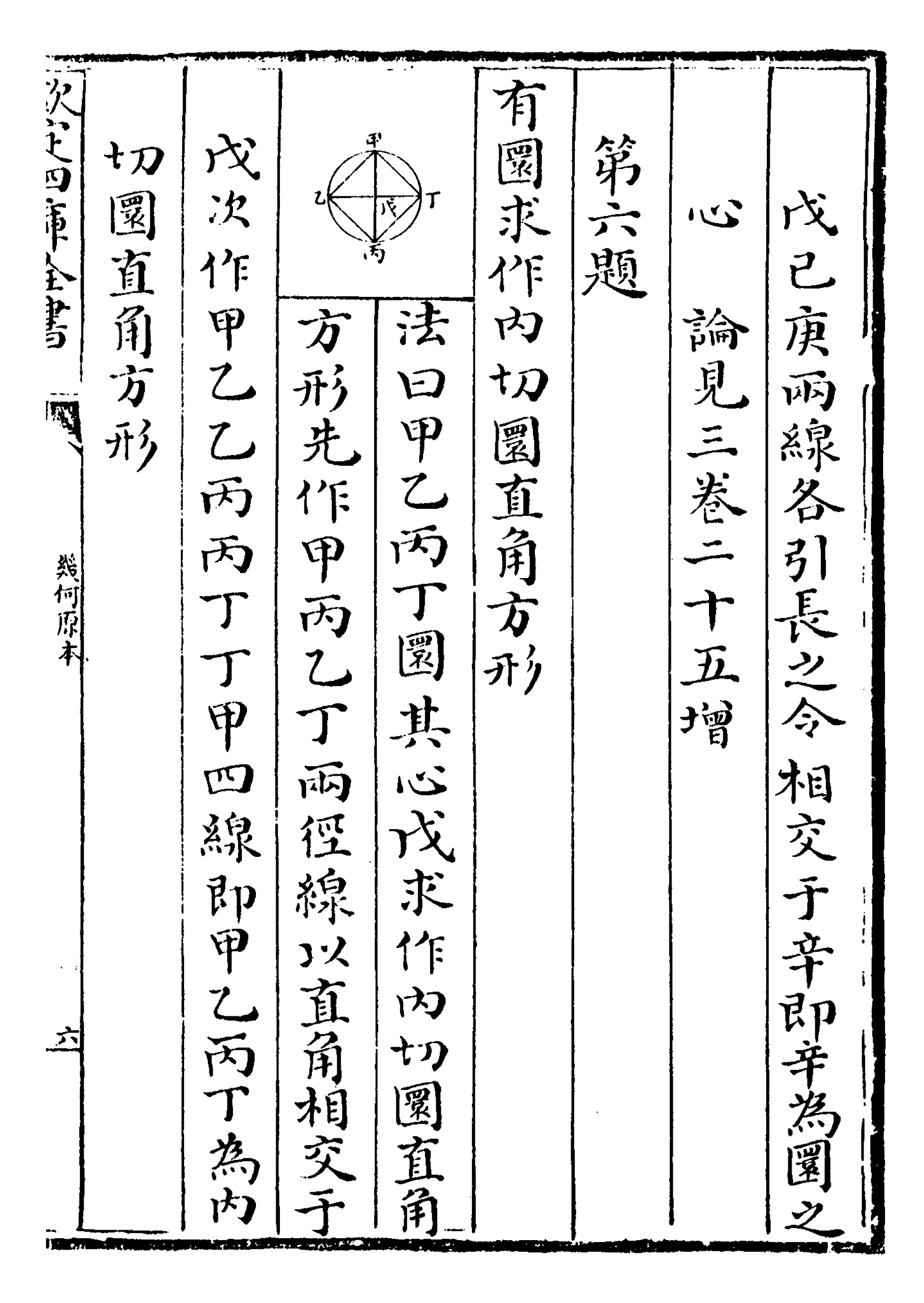
增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形次依前作

其用法甲乙丙三點先以甲乙兩點各自為心相向各任作圜分令兩圜分相交于丁于戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交于己于庚末作丁

戊己庚兩線各引長之令相交于辛即辛為圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形



法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線即甲乙丙丁為內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩為直角即其底甲乙乙丙等一卷四依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角三卷卅一是為内切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切圜直角方形先

作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次于甲乙丙丁作庚己己辛辛壬壬庚四線為兩徑之垂線而相遇于己于辛于壬于庚即己庚壬辛為外切圜直角方形

庚 甲 己
丁 戊 乙
壬 丙 辛

論曰甲戊乙己乙戊既皆直角即己辛甲丙平行一卷廿八依顯甲丙庚壬亦平行則己庚辛壬亦平行一卷三十又甲丙辛己既直角形即甲丙己辛必等一卷卅四而甲丙辛甲己辛兩角亦等甲丙辛既直角即甲己辛亦

直角依顯庚壬辛亦直角而辛壬壬庚庚巳三邉俱等于甲丙乙丁兩徑既四邉俱等于兩徑則巳庚壬辛為直角方形而四邉各切圜三卷十六之系

第八題

直角方形求作形内切圜

甲 辛 丁
戊 壬 庚
乙 巳 丙

法曰甲乙丙丁直角方形求作形内切圜先以四邉各兩平分于戊于巳于庚于辛而作辛巳戊庚兩線交于壬其甲丁與乙丙既平行相等

即半減線之甲辛乙巳亦平行相等而甲乙與辛巳亦平行相等（一卷卅三）依顯丁丙與辛巳亦平行相等甲丁乙丙戊庚俱平行相等而甲壬乙壬丙壬丁壬四俱直角形壬戊壬巳壬庚壬辛四線與甲辛戊乙丁辛甲戊四線各等夫甲辛戊乙丁辛甲戊各為等線之半即與之等者壬戊壬巳壬庚壬辛亦自相等次作圜以壬為心戊為界必過巳庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲四邊（三卷十六）是為形内切圜

第九題

直角方形求作形外切圜

法曰甲乙丙丁直角方形求作外切圜先作對角兩線為甲丙乙丁而交于戊其甲乙丁角形之甲乙甲丁兩腰等即甲乙丁甲丁乙兩角亦等一卷五而乙甲丁為直角即甲乙丁甲丁乙俱半直角一卷卅二依顯丙乙丁丙丁乙亦俱半直角而四角俱等又戊甲丁戊丁甲兩角等即戊甲戊丁兩邊亦等

一卷六依顯戊甲戊乙兩邊亦等而戊乙戊丙兩邊戊丙戊丁兩邊各等次作圜以戊為心甲為界必過乙丙丁而為形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大于腰間角

法曰先任作甲乙線次分之于丙其分法須甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等二卷十一次以甲為心乙為界作乙

丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等本篇一末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜本篇五其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜于丁三卷卅七即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等

三卷卅二此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩內角等一卷卅二即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等一卷六夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙

丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜内五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊内切圜形等邊等角先作己庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大于己角（本篇十）次于圜内作甲丙丁角形與己庚辛角形各等角（本篇二）次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分（一卷九）作丙戊丁

乙丙線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊為五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

論曰甲丙丁甲丁丙丙角皆倍大于丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丙戊戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圜分亦等（三卷廿六）即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等（三卷廿九）是五邊形之五邊等又甲乙戊丁兩圜分

等兩各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形本篇十一次從己心作己甲己乙

己丙己丁己戊五線次從此五線作庚辛辛壬壬癸癸子子庚五垂線相遇于庚于辛于壬于癸于子庚戊甲庚甲戊兩角小于兩直角故甲庚戊庚線必相遇餘四倣此五垂線既切圜三卷十六即成外切圜五邊形兩等邊等角

論曰試從己心作己庚己辛己壬己癸己子五線其己甲甲辛上兩直角方形己乙乙辛上兩直角方形之兩并各與己辛上直角方形等一卷四七即兩并自相等此兩并率者每減一相等之甲己己乙上直角方

形即所存甲辛辛乙上兩直角方形等則甲辛辛乙兩線等也又甲己辛角形之甲己與乙己辛角形之乙己兩腰等己辛同腰而甲辛辛乙兩底又等即甲己辛辛己乙兩角等（一卷八）而甲辛己乙辛己兩角亦等（一卷四）則甲己乙角倍大于辛己乙角也依顯乙己丙角亦倍大于乙己壬角乙壬丙角亦倍大于乙壬己角也又甲己乙乙己丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圜分（線等故圜分等）即兩角自相等（三卷廿七）半減之

兩圜分（見三卷廿八）

辛己乙乙己壬兩角亦等　乙己辛角形之乙己辛辛乙己兩角與乙己壬角形之乙己壬壬乙己兩角各等而乙己同邊是辛乙乙壬兩邊亦等也一卷廿六乙辛己乙壬己兩角亦等也則辛壬線倍大于辛乙線也依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也前已顯甲辛辛乙兩線等則倍大之庚辛辛壬兩線亦等也依顯壬癸癸子子庚與庚辛辛壬俱等也是為庚辛壬癸子形之五邊等又依前

所顯乙辛己與乙壬己兩角等是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角等即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也依顯辛壬癸壬癸子癸子庚子庚辛與庚辛壬俱等也是爲庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形求作形内切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作内切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線爲己甲

己乙兩相遇于己（己甲乙己乙甲兩角小于兩直角故己甲己乙兩線必相遇）自巳作巳丙巳丁巳戊三線其甲巳乙角形之甲乙腰與乙巳丙角形之乙丙腰等乙巳同腰而兩腰閒之甲乙巳丙乙巳兩角等即甲巳巳丙兩底亦等乙甲巳乙丙巳兩角亦等（一卷四）又乙甲戊與乙丙丁兩角等而乙甲巳為乙甲戊之半即乙丙巳亦乙丙丁之半則乙丙丁角亦兩平分于巳丙線矣依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平

分于己丁己戊兩線矣次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線其甲己庚角形之己甲庚己庚甲兩角與甲己子角形之己甲子己子甲兩角各等甲己同邊即兩形必等（一卷廿六）己子與己庚兩線亦等依顯己辛己壬己癸三垂線與己庚己子兩垂線俱等末作圜以己為心庚為界必過辛壬癸子而為甲乙丙丁戊五邊形之內切圜（三卷十六）

第十四題

五邊等邊等角形求作形外切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作外切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線為己甲己乙而相遇于己說見前次從己作己丙己丁己戊三線依前題論推顯乙丙丁丙丁戊戊甲三角各兩平分于己丙己丁己戊三線夫五角既等即其半減之角亦等而甲乙己角形

之巳甲乙巳乙甲兩角等即甲巳與巳乙兩線亦等（一卷六）依顯巳丙巳丁巳戊三線與巳甲巳乙俱等末作圜以巳為心甲為界必過乙丙丁戊而為甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜求作圜內六邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊巳圜其心庚求作六邊內切圜形等邊等角先作甲丁徑線次以丁為心庚為界作圜

兩圜相交于丙于戊次從庚心作丙庚
戊庚兩線各引長之為丙己戊乙末作
甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相
聯即成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形而等邊等角

論曰庚丙庚丁兩線等而丁丙與丁庚亦等依圜界說三
邊俱等即庚丙丁為平邊角形而庚丁丙丁丙庚丙
庚丁三角俱等一卷五此三角元與兩直角等一卷卅二即
每角為兩直角三分之一而丙庚丁角為兩直角三

分之一也依顯丁庚戊角亦兩直角三分之一而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角又等于兩直角（一卷十三）即戊庚己角亦兩直角三分之一矣則丙庚丁丁庚戊戊庚己三角亦自相等而此三角與己庚甲甲庚乙乙庚丙三角亦等（一卷十五）是輳庚心之六角俱自相等而所乘之六圜分（三卷廿六）及甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線俱自相等（三卷廿九）則甲乙丙丁戊己形之六邊等又乙丙與甲己兩圜分等而各加一丙丁戊己圜

分即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圜分等而所乘之乙甲己與甲乙丙兩角等三卷廿七依顯乙丙丁丙丁戊丁戊己戊己甲四角與乙甲己甲乙丙兩角俱等則甲乙丙丁戊己形之六角等

一系凡圜之半徑為六分圜之一之分弦何者庚丁與丁丙等故一開規為圜不動而可六平分之

二系依前十二十三十四題可作六邊等邊等角形在圜之外又六邊等邊等角形內可作切圜又六邊

等邊等角形外可作切圜

第十六題

有圜求作圜內十五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙圜求作十五邊內切圜形等邊等角先作甲乙丙內切圜平邊三角形與丁等角（本篇二）即三邊等而甲乙乙丙丙甲三圜分亦等（三卷廿八）夫甲乙丙圜十五分之則甲乙三分圜之一當為十五分之五

次從甲作甲戊己庚辛內切圜五邉形等角本篇十一即甲戊戊己己庚庚辛辛甲五圜分等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲戊五分圜之一當為十五分之三而戊乙得十五分之二次以戊乙圜分兩平分于壬三卷卅則壬乙得十五分之一次作壬乙線依壬乙共作十五合圜線一本篇則成十五邉等邉形而十五角所乘之圜分等即各角亦等三卷廿七

一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邉

形又十五邊形内可作切圜又十五邊形外可作切圜

注曰依此法可設一法作無量數形如本題圖甲乙圜分為三分圜之一即命三甲戊圜分為五分圜之一即命五三與五相乘得十五即知此兩分法可作十五邊形又如甲乙命三甲戊命五三與五較得二即知戊乙得十五分之二因分戊乙為兩平分得壬乙線為十

五分之一可作内切圜十五邊形也以此法爲例

作後題

增題若圜内從一點設切圜兩不等等邊等角形之各一邊此兩邊一爲若干分圜之一一爲若干分圜之一此兩若干分相乘之數卽後作形之邊數此兩若干分之較數卽兩邊相距之圜分所得後作形邊數内之分數

法曰甲乙丙丁戊圜内從甲點作數形之各一邊

如甲乙為六邊形之一邊甲丙為五邊形之一邊甲丁為四邊形之一邊甲戊為三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一卽乙丙圜分為所作三十邊等邊等角形之一邊何者五六相乘為三十故當作三十邊也較數一故當為一邊也

論曰甲乙圜分為六分圜之一卽得三十分圜之五而甲丙為五分圜之一卽得三十分

圜之六則乙丙得三十分圜之一也依顯乙丁為二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊為十八邊形之三邊也丙丁為二十邊形之一邊也丙戊為十五邊形之二邊也丁戊為十二邊形之一邊也

二系凡作形于圜之内等邊則等角何者形之角所乘之圜分皆等故三卷廿七　凡作形于圜之外即從圜心

作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等

三系凡等邊形既可作在圜内即依圜内形可作在圜外即形内可作圜即形外亦可作圜皆依本篇十二十三十四題

四系凡圜内有一形欲作他形其形邊倍于此形邊即分此形一邊所合之圜分為兩平分而每分各作一合線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

又補題圜内有同心圜求作一多邊形切大圜不至小圜其多邊為偶數而等

法曰甲乙丙丁戊兩圜同以己為心求于甲乙丙大圜内作多邊切形不至丁戊小圜其多邊為偶數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圜于戊次從戊作庚辛為甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圜于戊也三卷十六之系夫甲庚丙圜分雖大于丙庚若于甲庚丙減其

半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小于丙庚（如下補論）既得丙癸圜分小于丙庚丙作丙癸合圜線即丙癸為所求切圜形之一邊也次分乙壬圜分其分數與丙壬之分數等次分甲乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等則得所求形（三卷廿九）而不至丁戊小圜

論曰試從癸作癸子為甲丙之垂線遇甲丙于丑其庚戊丑癸丑戊兩皆直角即庚辛癸子為平行線（一卷

廿八庚辛線之切丁戊圜旣止一點卽癸子線更在其外必不至丁戊矣何況丙癸更遠于丑癸乎依顯其餘與丙癸等邉同度距心者俱不至丁戊圜也三卷十四

此係十二卷第十六題因六卷今增題宜藉此論故先類附于此

補論其題曰兩幾何不等若于大率遞減其大半必可使其減餘小于元設小率

解曰甲乙大率丙小率題言于甲乙遞減其大半至可使其減餘小于丙

論曰試以丙倍之又倍之至僅大于甲乙而止為丁戊丁戊之分為丁己庚庚戊各與丙等也次于甲乙減其大半甲辛存辛乙又減

其大半辛壬存壬乙如是遞減至甲乙與丁戊之分數等夫甲辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戊分數既等丁戊又大于甲乙若兩率各為兩分而大丁戊之減丁己止于半小甲乙之減甲辛為大半即丁戊之減餘必大于甲乙之減餘也若各為多分而己戊尚多

于丙者即又于己戊減己庚于辛乙減其大半辛壬

如是遞減至丁戊之末分庚戊大于甲乙之末分

壬乙也而庚戊元與丙等是壬乙小于丙也

又論曰若于甲乙遞減其半亦同前論何者大丁戊

所減不大于半則丁戊之減餘每大于甲乙之減餘

以至末分亦大于末分此係十卷第一題借用于此以足上論

幾何原本卷四

幾何原本卷五之首

西洋利瑪竇譯

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也兩本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界

諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用

名目為界說十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分

甲
乙
丙
丁
戊
己

以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能為此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能為線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何

即不能為面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能為體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲為乙為丙之分則甲為乙三分之一為丙六分之一無贏不足也若戊為丁之一即贏為二即不足已為丁之三即贏為四即不足是小不盡大則丁不能為戊已之分也以數明之若四于八于十二于十六于二十諸數皆能盡分無贏不足也若四于六于七于九于十于十八于三十

八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆
指能盡分者故稱爲分若不盡分者當稱幾分幾何
之幾如四于六爲三分六之二不得正名爲分不稱
小度大也不爲大幾何内之小幾何也
第二界
若小幾何能度大者則大爲小之幾倍
如第一界圖甲與乙能度丙則丙爲甲與乙之幾倍
若丁戊不能盡己之分則己不爲丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不為比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不為比例也

比例之說在幾何為正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何為前率所比之他幾何為後率如以六尺之線比三尺之線則六尺為前率三尺為後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺為前率六尺為後率也

比例為用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者為大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者為小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而

非數可明者是也

如上二種又有二名其大合線為有兩度之線如二十尺比八尺兩線為大合則二尺四尺皆可兩度之者是也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線為無兩度之線如直角方形之兩邉與其對角線為小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡

分能度兩率者是也此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者為相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大合比例之以大不等者又有五種一為幾倍

大二為等帶一分三為等帶幾分四為幾倍大帶一分五為幾倍大帶幾分

一為幾倍大者謂大幾何内有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十内為四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺内為五尺者六則二十與四名為五倍大之比例也三十尺與五尺名為六倍大之比例也做此為名可至無窮也

二為等帶一分者謂大幾何内既有小之一別帶一

分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者是也如三與二是三内既有二别帶一一為二之半如十二尺與九尺之線是十二内既有九别帶三三為九三分之一則三與二名為等帶半也十二尺與九尺名為等帶三分之一也

三為等帶幾分者謂大幾何内既有小之一别帶幾分而此幾分不能合為一盡分者是也如八與五是八内既有五别帶三一每一各為五之分而三一不

能合而為五之分也他如十與八其十内既有八别帶二一雖每一各為八之分與前例相似而二一𨚫能為八四分之一是為帶一分屬在第二不屬三也則八與五名為等帶三分也又如二十二與十六即名為等帶六分也四為幾倍大帶一分者謂大幾何内既有小幾何之二之三之四等别帶一分此一分或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如九與四是九内既有二四别帶一一為四之分之一

則九與四名為二倍大帶四分之一也

五為幾倍大帶幾分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合為一晝分者是也如十一與三是十一內既有三三別帶二一每一各為三之分而二一不能合而為三之分也

則十一與三名為三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不等五種相反為名一為反幾倍大二為反等帶一分

三為反等帶幾分四為反幾倍大帶一分五為反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法書分數必有兩數一為命分數一為得分數如分一以三而取其二則為三分之二即三為命分數二為得分數也分一為十九而取其七則為十九

分之七即十九為命分數七為得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四為五倍大之比例即書五是也若四倍即書四六倍即書六也其反幾倍大即用分數書之兩以大比例之數為命分之數以一為得分之數如大為五倍大之比例則此書五之一是也若四倍即書四之一六倍即書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全

數恒為一其分數則以分率之數為命分數恒以一為得分數如三與二名為等帶半即書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數兩以大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分數加一為此之命分數如大為等帶二之一即此書三之二也又如等帶八分之一反書之即書九之八也又如等帶一千分之一反書之即書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其

全數亦恒為一其分數亦以分率之數為命分數以所分之數為得分數如十與七名為等帶三分即書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數為此之得分數以大比例之命分數加大之得分數為此之命分數如大為等帶七之三命數七得數三七加三為十即書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三即書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數恒以一為得分數如二十二與七二十二内既有三七别帶一一為七分之一名為三倍大帶七分之一即以三為全數七為命分數一為得分數書三别書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數為此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一為此之命分數如大為三帶七之一即以七乘三得二十一又加一為命分數

書二十二之七也又加五帶九之一反書之九乘五得四十五加一為四十六即書四十六之九也其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數為全數以分率之數為命分數以所分之數為得分數如二十九與八二十九内既有三八别帶五一名為三倍大帶五分即以三為全數八為命分數五為得分數書三别書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數為比之得分數以大比例之命分數

乘大之倍數加大之得分數為此之命分數如大為三帶八之五即以八乘三得二十四加五為二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

以上大小十種足盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似為同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比

甲十二　乙四　丙九　丁三　戊十六　己八　庚四

例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其理相似為同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例

凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一為連比例連比例者相續不斷其中

率與前後兩率遞相為比例兩中率既為前率之後又為後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是也

二為斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何

上文言為比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相

勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大于八尺之線是為有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明兩直角方形之一邊一倍之即大于對角線兩邊等三角形其兩邊并必大于一邊見一卷二十是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之即大于圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也圜之界當三徑七分徑之一弱別見圜形書又曲線與直線亦有比例如以大小兩曲線相合為初月形別作一

直角方形與之等六卷三十三一增題今附即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形與圜雖自古至今學士無數不能為相等之形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖甲乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內丙其間設有甲乙丁與丙乙戊兩圜分角等即于甲乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙

丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與巳庚辛鈍角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角各減同用之子丑丑辰内圜小分即兩角亦等也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切

圜角與直線鋭角亦無比例何者依三卷十六題所

說畢世倍切邊角不能勝至小之鋭角故也此後諸

篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理

以需後論也

第六界

四幾何若第一與二偕第三與四為同理之比例則第

一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或

俱為大俱為小恒如是

兩幾何曷顯其能為比例乎上第五界所説是也兩比例曷顯其能為同理之比例乎此所説是也其術

戊　己
甲　丙
乙　丁
庚　辛

通大合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何于一甲三丙任加幾倍為戊為己戊倍甲己倍丙其數自相等次于二乙四丁任加幾倍為庚為辛庚倍乙辛倍丁其數自相等丙戊與己偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之

恆如是即知一甲與二乙偕三丙與四丁為同理之比例也

如初試之甲幾倍之戊小于乙幾倍之庚丙幾倍之己亦小于丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚等丙倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大于倍乙之庚丙倍丙之己亦大于倍丁之辛此之謂或相等或雖不等而俱為大俱為小若累

戊 己
甲 丙
乙 丁
庚 辛

合一差即元設四幾何不得為同理之比例如下第八界所指是也

下文所論若言四幾何為同理之比例即當推顯第一第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱小若許其四幾何為同理之比例亦如之

以數明之如有四幾何第一為三第二為二第三為六第四為四今以第一之三第三之六同加四倍為十二為二十四次以第二之二第四之四同加七倍

九　十八　十二　三　二　十四　十八　四
十八　三十六　二十四　六　四　二十八　三十六　八

為十四為二十八其倍第一之十二既小于倍第二之十四而倍第三之二十四亦小于倍第四之二十八也又以第一之三第三之六同加六倍為十八為三十六次以第二之二第四之四同加九倍為十八為三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍第三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍為九

為十八次以第二之二第四之四同加二倍為四為八其倍第一之九既大于倍第二之四兩倍第三之十八亦大于倍第四之八也若爾或俱大俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得為同理之比例也

以上論四幾何者斷比例之法也其連比例法倣此但連比例之中率兩用之既為第二又為第三視此異耳

第七界

同理比例之幾何為相稱之幾何

甲 十二
乙 四
丙 九
丁 三
戊 十六
己 八
庚 四

甲與乙若丙與丁是四幾何為同理之比例即四幾何為相稱之幾何又戊與己若己與庚即三幾何亦相稱之幾何

第八界

四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍不大于第四之幾倍則第一與二之比例大于第

三與四之比例

此反上第六界兩釋不同理之兩比例其相視爲顯爲大爲顯爲小也謂第一第三之幾倍與第二第四之幾倍依上累試之其間有第一之幾倍大于第二之幾

戊 己
甲 丙
乙 丁
庚 辛

倍而第三之幾倍乃或等或小于第四之幾倍即第一與二之比例大于第三與四之比例也如上圖甲一乙二丙三丁四甲與丙各三倍爲戊己乙與丁各

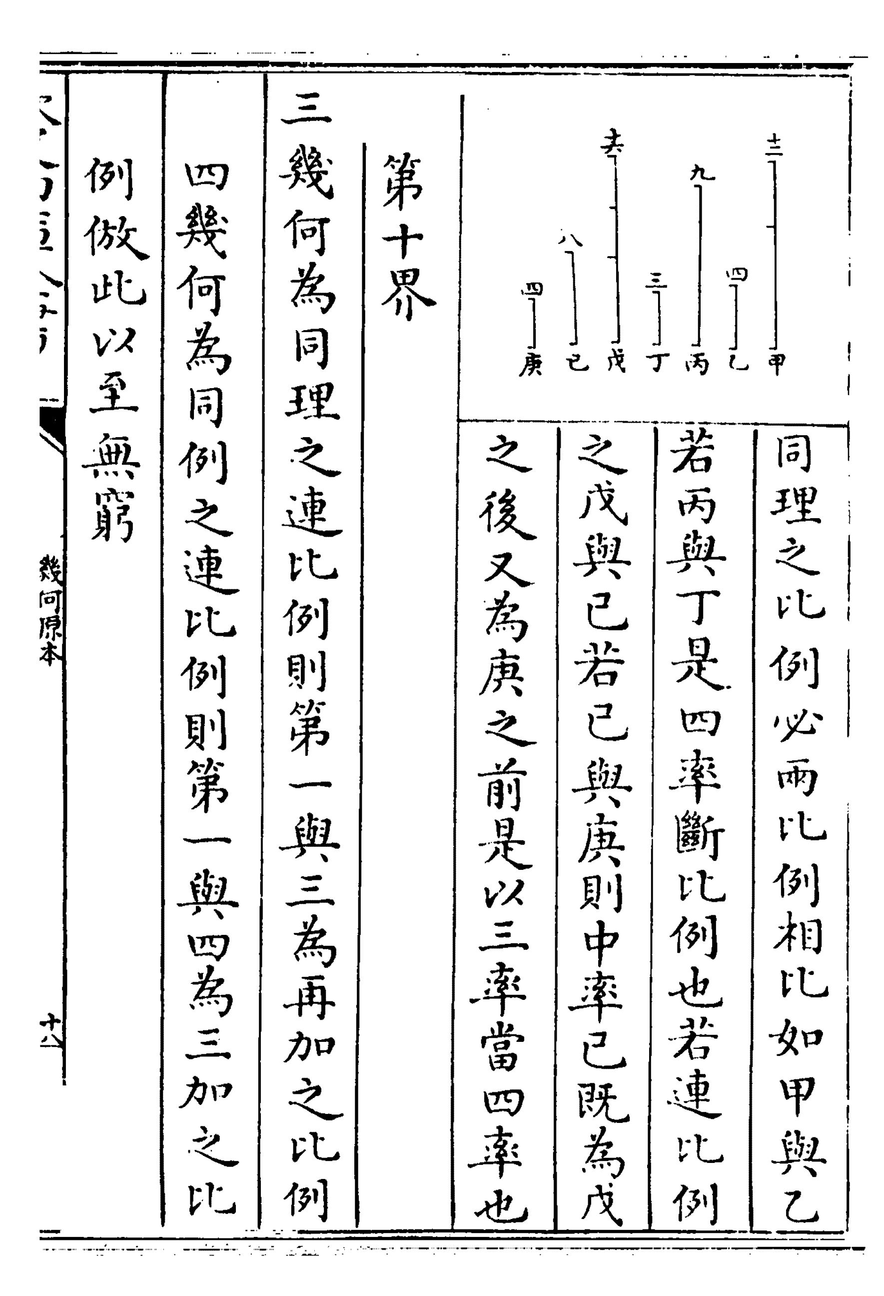
四倍為庚辛其甲三倍之戊大于乙四倍之庚而丙三倍之己乃小于丁四倍之辛即甲與乙之比例大于丙與丁也若第一之幾倍小于第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或大于第四之幾倍即第一與第二之比例小于第三與四之比例如是等大小相戾者但有其一不必再試

以數明之中設三二四三四幾何先有第一之倍大于第二之倍而第三之倍亦大于第四之倍後復有

第一之倍大于第二之倍而第三之倍乃或等或小于第四之倍即第一與二之比例大于第三與四也若以上圖之數反用之以第一為二第二為一第三為四第四為三則第一與二之比例小于第三與四

第九界

同理之比例至少必三率



同理之比例必兩比例相比如甲與乙若丙與丁是四率斷比例也若連比例之戊與己若己與庚則中率己既為戊之後又為庚之前是以三率當四率也

第十界

三幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例

四幾何為同理之連比例則第一與四為三加之比例倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何為同理之連比例其甲與乙若乙與丙乙與丙若丙與丁丙與丁若丁與戊即一甲

八十一 甲
五十四 乙
三十六 丙
二十四 丁
十六 戊

與三丙視一甲與二乙為再加之比例又一甲與四丁視一甲與二乙為三加之比例何者甲丁之中有乙丙兩幾何為同理之比例如甲與乙故也又一甲與五戊視一甲與二乙為四加之比例也若反用之以戊為首則一戊與三丙為再加與四乙為三加與五甲為四加

也

下第六卷二十題言此直角方形與彼直角方形為此形之一邊與彼形之一邊再加之比例何者若作三幾何為同理之連比例則此直角方形與彼直角方形若第一幾何與第三幾何故也以數明之如此直角方形之邊三尺而彼直角方形之邊一尺即此形邊與彼形邊若九與一也夫九與一之閒有三為同理之比例則九三一三幾何之連比例既有三與

一為比例又以九比三三比一為再加之比例也則彼直角方形當為此形九分之一不止為此形三分之一也大畧第一與二之比例若線相比第一與三若平面相比第一與四若體相比也（第一與五若筭家三乘方與六若四乘方與七若五乘方倣此以至無窮）

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例此又解同理之幾何者蓋一

比例之兩幾何有前後兩同理之兩比例四幾何有兩前兩後故特解言比例之論常以前與前相當後與後相當也如上甲與乙丙與丁兩比例

九 六 十二 八
甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

同理則甲與丙相當乙與丁相當也戊己己庚兩比例同理則己既為前又為後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比亦常以同理之兩邊相當不可混也

上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍則以第一第三為兩前第二第四為兩後各同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後

十八 甲　十二 乙　十五 丙　十 丁

此下說比例六理皆後論所需也

四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁為屬理　下言屬理皆省曰

更

此論未證證見本卷十六

此界之理可施于四率同類之比例若兩線兩面或兩面兩數等不為同類即不得相更也

第十三界

有反理取後為前取前為後

九 甲
六 乙
十二 丙
十八 丁

甲與乙之比例若丙與丁今反推乙與甲若丁與丙為反理

證見本篇四之系

此界之理亦可施于異類之比例

第十四界

有合理合前與後為一兩比其後

甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己令合甲丙為一兩比乙丙合丁己為一兩比戊己即推甲丙與乙丙若丁己與戊己是合兩前後率為兩一率兩比兩後率也

證見本卷十八

第十五界

有分理取前之較丙比其後

甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今分

推甲乙之較甲丙與丙乙若丁戊之較丁

己與己戊

證見本卷十七

第十六界

有轉理以前為前以前之較為後

甲	六	四	丙	乙
丁	十二	八	己	戊

甲乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己

證見本卷十九

第十七界

有平理彼此幾何各自三以上相為同理之連比例則

此之第一與三若彼之第一與三又曰去其中取其其

甲 十八
乙 十
丙 六
丁 十二
戊 八
己 四

首尾甲乙丙三幾何丁戊己三幾何

等數相為同理之連比例者甲與乙

若丁與戊乙與丙若戊與己也今平

推首甲與尾丙若首丁與尾己

平理之分又有二種如後二界

第十八界

有平理之序者此之前與後若彼之前與後而此之後

與他率若彼之後與他率

甲與乙若丁與戊丙後乙與他率丙若後戊與他率己是序也今平推甲與丙若丁與己也此與十七界同重宣序義以別後界

也

證見本卷二十二

第十九界

有平理之錯者此數幾何彼數幾何此之前與後若彼

之前與後兩此之後與他率若彼之他率與其前

甲乙丙數幾何丁戊己數幾何其甲與乙若戊與己又此之後乙與他率丙若彼之他率丁與前戊是錯也今

平推甲與丙若丁與己也十八十九界推法于十七界中通論之故兩題中不再著也

證見本卷二十三

增一幾何有一幾何相與為比例即此幾何必有

彼幾何相與為比例兩兩比例等一幾何有一幾何相與為比例即必有彼幾何與此幾何為比例兩兩比例等比例同理省曰比例等

甲
乙
丙
丁
戊

甲幾何與乙幾何為比例即此幾何丙亦必有彼幾何如丁相與為比例若甲與乙也丙幾何與丁幾何為比例即必有彼幾何如戊與此幾何丙為比例若丙與丁也

此理推廣無礙于理有之不必舉其率也舉率之

理備見後卷

幾何原本卷五之首